O NIESKOŃCZONYCH LINIOWYCH ROZMAITOŚCIACH PUNKTOWYCH

GEORG CANTOR

3. [fragment ze stron 120–121]

Z tymi twierdzeniami łączą się rozważania na temat tej własności świata rzeczywistego, która dla pojęciowego opisu oraz objaśnienia zachodzących w nim zjawisk daje leżącą u podstaw przestrzeń trójwymiarową. Jak wiadomo, zarówno ze względu na spotykane w niej formy, jak też zwłaszcza w odniesieniu do zachodzących w niej ruchów, zakłada się, że jest ona *nieprzerwanie ciągła*. To ostatnie założenie – wedle jednoczesnych i niezależnych badań DEDEKINDA (zob. broszurę R. DEDEKIND *Stetigkeit und irrationale Zahlen*, Braunschweig 1872) oraz autora – polega na niczym innym niż na tym, że każdy punkt, którego współrzędne x, y, z w prostokątnym układzie współrzędnych dane są jako *jakiekolwiek* ustalone rzeczywiste liczby wymierne lub niewymierne jest pomyślany jako *rzeczywiście należący do przestrzeni*, do czego w ogólności nie ma jednak żadnego wewnętrznego przymusu, a stąd musi [to] być uważane za wolny akt naszej konstrukcji myślowej. *Hipoteza ciągłości przestrzeni* jest zatem niczym innym, jak w sobie samym dowolnym założeniem pełnej, wzajemnie jednoznacznej odpowiedniości między trójwymiarowym *czysto arytmetycznym kontinuum* (x, y, z) a przestrzenią leżącą u podstaw świata zjawisk.[1]

Nasze myślenie może jednak z równą łatwością abstrahować od pojedynczych punktów, nawet jeśli występują one wszędzie gęsto i utworzyć sobie obraz *nieciągłej* trójwymiarowej przestrzeni $\mathfrak{A}$ o własności omówionej uprzednio. Powstające wtedy pytanie, czy także w takich *nieciągłych* przestrzeniach $\mathfrak{A}$ do pomyślenia byłby *ruch ciągły* musi, na mocy poprzednio stwierdzonego, koniecznie zostać *potwierdzone*, gdyż pokazaliśmy, że każde dwa punkty obrazu $\mathfrak{A}$ mogą zostać połączone przez niezliczenie wiele ciągłych całkowicie regularnych linii. Okazuje się

[1] Sądzę, że znana jest możliwość przyjęcia, że czysto arytmetyczna, tj. wolna od wszelkich podstawowych geometrycznych zasad poglądowych [geometrischen Anschauungsgrundsätzen], teoria wielkości jest możliwa, a także rozwinięta w swoich głównych kierunkach; wskazuję w związku z tym, oprócz cytowanych krótkich wprawdzie rozpraw DEDEKINDA i mojej także na wyróżniającą się pracę Pana LIPSCHITZA: *Grundlagen der Analysis*, Bonn 1877. Większość zasadniczych trudności, które znajdujemy w matematyce, jawi się jako posiadająca swój powód w tym, że niedoceniona zostaje możliwość czysto arytmetycznej teorii wielkości oraz rozmaitości. Do tego właśnie sprowadzić można błędy tych autorów, którzy pojmują *nieskończenie małe* jako *wielkości*, a nie jako *sposób* zmienności wielkości. Z punktu widzenia czystej *analizy arytmetycznej*, *nie istnieją żadne* nieskończenie małe wielkości, lecz [istnieją] zmienne wielkości *stające się* nieskończenie małymi.

więc interesujące, że z samego faktu ruchu ciągłego nie można na razie wyciągnąć żadnego wniosku o nieprzerwanej ciągłości trójwymiarowej przestrzeni, używanej do objaśnienia zjawisk ruchu. Stąd blisko już do podjęcia próby zmodyfikowanej mechaniki, stosownej dla przestrzeni o własności [posiadanej przez] $\mathfrak{A}$, tak, aby z konsekwencji tego rodzaju badania oraz jego porównania z rzeczywistością być może otrzymać rzeczywiste punkty oparcia dla hipotezy o nieprzerwanej ciągłości pojęcia przestrzeni leżącego u podstaw doświadczenia.

BERLIN, 31 marca 1882

* * *

Podstawa tłumaczenia: Cantor, G. 1882. Ueber unendliche, lineare Punktmannichfaltigkeiten. *Mathematische Annalen* **XX**, 113–121.

Tłumaczenie: *Jerzy Pogonowski*
16 października 2012